

SOLUCIONES

Examen de Matemáticas I (1º Bachillerato)

UNIDAD 1: LOS NÚMEROS REALES

Fecha: 13-10-2009

Notas:

- 1) El examen ha de hacerse limpio, ordenado y sin faltas de ortografía.
- 2) El examen ha de realizarse en bolígrafo, evitando tachones en la medida de lo posible.
- 3) Debe aparecer todas las operaciones, no vale con indicar el resultado.
- 4) Los problemas deben contener: Datos, Planteamiento y Resolución, respondiendo a lo que se pregunte, no vale con indicar un número como solución del problema.

1. Clasifica los siguientes números como naturales, enteros, racionales o reales:

$$- 3 \quad 2,7 \quad \frac{3}{7} \quad \sqrt{4} \quad \sqrt{7} \quad \sqrt[3]{9} \quad 1,020020002 \dots$$

Solución:

- Naturales: $\sqrt{4}$

- Enteros: $- 3$; $\sqrt{4}$

- Racionales: $- 3$; $2,7$; $\frac{3}{7}$; $\sqrt{4}$

- Reales: Todos

2. Expresa en forma de potencia los siguientes radicales y simplifica:

a) $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a}$

b) $\sqrt[4]{x^5} : \sqrt{x}$

Solución:

a) $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a} = a^{2/3} \cdot a^{1/2} = a^{7/6} = \sqrt[6]{a^7} = a\sqrt[6]{a}$

b) $\sqrt[4]{x^5} : \sqrt{x} = x^{5/4} : x^{1/2} = x^{3/4} = \sqrt[4]{x^3}$

3. Utilizando la definición de logaritmo, calcula:

$$\log_2 32 + \log_3 \sqrt[3]{81} - \ln \frac{1}{e^2}$$

Solución:

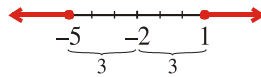
$$\log_2 32 + \log_3 \sqrt[3]{81} - \ln \frac{1}{e^2} = \log_2 2^5 + \log_3 3^{4/3} - \ln e^{-2} = 5 + \frac{4}{3} - (-2) = 5 + \frac{4}{3} + 2 = \frac{25}{3}$$

4. Escribe en forma de intervalos los valores de x que cumplen:

$$|x + 2| \geq 3$$

Solución:

Son los números de $(-\infty, -5] \cup [1, +\infty)$.



5. Halla y simplifica al máximo:

a) $\sqrt{\frac{30}{45}} \sqrt{\frac{12}{10}}$

b) $\sqrt{147} - 2\sqrt{243}$

c) $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + 1}$

Solución:

$$a) \sqrt{\frac{30}{45}} \sqrt{\frac{12}{10}} = \sqrt{\frac{30 \cdot 12}{45 \cdot 10}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot 3}{3^2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5}} = \sqrt{\frac{2^2}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$b) \sqrt{147} - 2\sqrt{243} = \sqrt{3 \cdot 7^2} - 2\sqrt{3^5} = 7\sqrt{3} - 18\sqrt{3} = -11\sqrt{3}$$

$$c) \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + 1} = \frac{\sqrt{2}(2\sqrt{2} - 1)}{(2\sqrt{2} + 1)(2\sqrt{2} - 1)} = \frac{4 - \sqrt{2}}{8 - 1} = \frac{4 - \sqrt{2}}{7}$$

6. Si sabemos que $\log x = 0,85$, calcula:

$$\log 100x - \log \frac{\sqrt[3]{x}}{1000}$$

Solución:

$$\begin{aligned} \log 100x - \log \frac{\sqrt[3]{x}}{1000} &= \log 100 + \log x - (\log \sqrt[3]{x} - \log 1000) = \\ &= \log 10^2 + \log x - \frac{1}{3} \log x + \log 10^3 = 2 + 0,85 - \frac{1}{3} \cdot 0,85 + 3 = 5,567 \end{aligned}$$

7. Halla, utilizando la calculadora, el valor de:

a) $\sqrt[7]{16384}$ b) $\frac{5,25 \cdot 10^9 + 2,32 \cdot 10^8}{2,5 \cdot 10^{-12}}$ c) $\log_3 58$

Solución:

a) 16 384 SHIFT [$x^{1/y}$] 7 = 4

Por tanto:

$$\sqrt[7]{16384} = 4$$

b) (5.25 EXP 9 + 2.32 EXP 8) ÷ 2.5 EXP 12 +/- = 2.1928²¹

Por tanto:

$$\frac{5,25 \cdot 10^9 + 2,32 \cdot 10^8}{2,5 \cdot 10^{-12}} \approx 2,19 \cdot 10^{21}$$

c) $\log 58 \div \log 3 = 3.695974506$

Por tanto:

$$\log_3 58 \approx 3,70$$

8. Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones. Si es falsa, indica un contra-ejemplo.

a) Todo número real es racional.

b) Todo número decimal se puede expresar en forma de fracción.

c) Todo número racional es real.

d) Hay números irracionales que son naturales.

Solución:

a) Falso, $\sqrt{3}$ es real pero no es racional.

b) Falso, solo se pueden expresar en forma de fracción los números decimales exactos o periódicos.

c) Verdadero, el conjunto de los números reales lo forman los racionales y los irracionales.

d) Falso, los naturales son 0, 1, 2, ..., que se pueden expresar en forma de fracción, $\frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \dots$

Luego son también racionales y, por tanto, no irracionales.

9. Simplifica aplicando las propiedades de las potencias:

$$\frac{\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \left(\sqrt[3]{\sqrt{3}}\right)^5}{\sqrt{\sqrt[3]{81}}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{27} = \sqrt[4]{3^3} = 3^{\frac{3}{4}}$$

$$\sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3^2} = 3^{\frac{2}{3}}$$

$$\left(\sqrt[3]{\sqrt{3}}\right)^5 = \left(\sqrt[6]{3}\right)^5 = 3^{\frac{5}{6}}$$

$$\sqrt{\sqrt[3]{81}} = \sqrt[6]{3^4} = 3^{\frac{4}{6}} = 3^{\frac{2}{3}}$$

Por tanto:

$$\frac{\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \left(\sqrt[3]{\sqrt{3}}\right)^5}{\sqrt{\sqrt[3]{81}}} = \frac{3^{\frac{3}{4}} \cdot 3^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{5}{6}}}{3^{\frac{2}{3}}} = 3^{\frac{3}{4}} \cdot 3^{\frac{5}{6}} = 3^{\frac{3+5}{4+6}} = 3^{\frac{19}{10}}$$